

平成22年度研究成果報告書〈学力の把握〉

| | |
|------|--------------------|
| ふりがな | たぶせちようりつたぶせちゆうがっこう |
| 学校名 | 田布施町立田布施中学校 |

校長名：前田 琢磨

所在地：山口県熊毛郡田布施町大字下田布施1050-4

電話番号：0820-52-2138

(1) 学習指導要領に定める目標等の実現状況の把握に関する研究

研究対象教科等 数学

〈研究主題〉

「数学的な見方や考え方」を育成するための実践と評価

【研究の要点】

1 調査研究のねらい

「数学的な見方や考え方」を育成するために、評価を行う際の視点を明らかにする。具体的には、授業の中で生徒の理解の状況を的確に把握するための評価について考察する。特に、「おおむね満足できる」状況にない生徒を授業の中で早期に発見して支援するための評価の視点を明らかにする。

2 研究方法

形成的評価に重きをおいた授業実践を行い、指導及び評価の分析を行う。

3 成果と課題

授業の中で、「指導する→発問する→生徒の考えを聞く→解釈する（比較する）→評価する→指導する」というサイクルを行うことで、生徒が自発的に思考活動を行うようになった。また、「規準の解答」と比較しながら、なぜそのように考えたのか、意見の根拠を問うことで、生徒が自分の意見を整理しようとする習慣がついた。

しかし、「規準の解答」が果たして妥当なものであるのかという検証を十分に行うことができなかった。また、個々の生徒の状況が異なり、授業の中での支援に多くの時間がかかってしまった。

I 研究指定校の概要

1 学校・地域の特色及び実態

(1) 地域の概要

田布施町は、柳井・光両市に隣接し、南北約11km、東西約8kmの広さがあり、気候は温暖、人口約16,500名である。昔からの在住者の多くは兼業農家で、近隣の市部への通勤者が多い。岸信介・佐藤栄作両総理大臣を輩出した町であり、教育への関心が高い。

(2) 学校の特色・実態

町内唯一の中学校であり、平成7年度に新校舎・新体育館が完成した。町内（中学校区内）にはいずれも小規模の5つの小学校があり、町の教育施策の一環として小中連携教育を推進している。

純朴で穏やかな生徒が多いが、自分の考えや意見を表現することが苦手な生徒が多い。また、一人ひとりの意見や考えを集団で出し合い深めていくことが難しい。

2 学校の概要（平成22年4月5日現在）

| | 1年 | 2年 | 3年 | 特別支援学級 | 計 |
|-----|-----|-----|-----|--------|-----|
| 学級数 | 4 | 5 | 4 | 1 | 14 |
| 生徒数 | 123 | 157 | 113 | 1 | 394 |

教員数27名（3名）

II 研究の内容及び成果等

1 研究主題について

(1) 研究主題

「数学的な見方や考え方」を育成するための実践と評価

(2) 研究主題設定の理由と対象

○ [研究主題設定の理由]

数学的な見方や考え方の重要性が叫ばれるようになって久しい。併せて、全国学力・学

習状況調査における数学B（主として「活用」に関する問題）の結果分析から、数学的な見方や考え方を育成することの重要性が改めて認識されたところである。

本校の生徒は、じっくりと考えたり、生徒同士で意見を出し合ってお互いの考えを高め合ったりする問題を苦手とする生徒が多い。したがって、本校において数学的な見方や考え方の育成は重要な課題といえる。そこで、その育成を図るための指導と評価を確立し、授業を改善していくため、本研究主題を設定した。

○ [調査研究の対象]

数学の全学年について「数学的な見方や考え方」の観点を中心に全ての領域を調査の対象とした。対象をこのように設定したのは、「数学的な見方や考え方は、既習の考えを必要に応じて単独もしくは組み合わせることによって問題を解決することがある。」「ある単元の中で使った数学的な見方や考え方を活用して新たな考えを生み出す。」「数学的な見方や考え方は、各単元や領域と相互に関連して使われる。」と考えたからである。

2 評価の具体例と考察及び指導の改善

事例1 1年 文字と式

問題

縦の長さが a cm、横の長さが b cm の長方形について、文字 a 、 b を用いて表された式の意味を読み取りましょう。

問1

この長方形で $2(a + b)$ は何を表していますか。

(1) 評価規準及び評価方法

① 評価規準

「十分満足できる」状況（A規準）

文字式がどんな数や数量を表しているか図

と関連させて考えることができる。

「おおむね満足できる」状況（B規準）

文字式がどんな数や数量を表しているか考えることができる。

② 学習活動及び評価方法

事前の指導

例1

縦が a cm、横が b cm の長方形について、長方形の面積は縦×横ですから、 $a \times b = ab$ で表せ、その単位は cm^2 といえます。 $a + b$ はこの長方形の縦と横の長さの和を表しています。その単位は cm です。

上記内容について文字式が面積や長さを表すことを指導した上で問題に入った。

この問題では次のような評価方法をとった。B規準と判断できる生徒の反応として予測されるものを1つ考え、それを「規準の解答」とする。この問題では「長方形の周りの長さ」を規準の解答とした。生徒が自力解決している際に、生徒の反応と規準の解答を比べB規準に満たないと判断した場合は「指導」を行い、B規準を超えている場合は「賞賛」し、さらに良くするにはどうするか考えさせる。この問題では、解答を教師がすぐに確認し、その場でB規準を超えていると判断できるものには○をつけ、さらに良い言い方はないか考えさせた。B規準に満たないと判断した生徒には指導を行った。また、この問題においてはB規準までを評価し、次時においてA規準まで評価することとした。


(2) 評価についての考察と改善点


B規準と判断した生徒67%、指導を要すると判断した生徒33%であった。式から図の位置を読み取る問題に対して規準の解答を言葉で考えたため、生徒の考えを見取れていない場面があった。例えば、「長方形の辺の長さ」と答えた生徒がどの辺の長さを指しているかこの言葉だけでは読み取れないのである。し


たがって、図示させてみることを考えておく必要があったと反省した。また、この問題でどんな目標を達成させたいのかがはっきりしていなかったために、生徒の思考の把握と指導があいまいになってしまった。つまり、この問題においての目標が「文字を用いた式の意味を読み取ることができる」なのか、「自分の言葉で表現することができる」なのか、「分かりやすい表現を考えることができる」なのかが実際の授業の場面でははっきりしていなかったのである。改めて目標、指導、評価が一体となることの大切さを認識した。

事例2 2年 3段目の数

3段に並んでいる○の1段目に、連続する3つの自然数を順に入れる。そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして3段目の数を求める。3段目の数はどのような数になっているか調べてみよう。

1段目 

2段目 

3段目 

(1) 評価規準及び評価方法

① 評価規準（後述の発問2について）

「十分満足できる」状況（A規準）

3段目の文字式を $4 \times \square$ の形に変形し、4の倍数である根拠を示して説明し、この考えが正しいか振り返って考えることができる。

「おおむね満足できる」状況（B規準）

3段目の文字式を $4 \times \square$ の形に変形し、4の倍数である根拠を示して説明できる。

② 学習活動及び評価方法

事前の指導

本時までに生徒は、連続する3つの整数の和、偶数と奇数の和や、2桁の整数などの性質について、帰納的に見出し、演繹的に説明する学習を行っている。

発問1 「3段目の数はどのような数になっているか。」

規準の解答「4の倍数」

○の中に具体的な数字を入れどんなきまりがあるか考えさせた。

生徒の反応

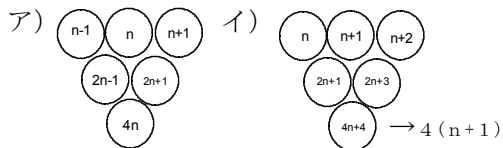
- ・4の倍数になる。
- ・2の倍数（偶数）になる。
- ・1段目の真ん中の数の4倍になる。
- ・1段目の両端の数の和の2倍になる。
- ・1段目が奇数で始まっていたら8の倍数になる。
- ・1段目と2段目の対角線にある数の和は等しく、その和に1段目の真ん中の数を加えた数になる。

本授業では、多くの生徒が、1段目にいろいろな数の組み合わせを入れて計算し、3段目の数を予想していた。1組の例しか書いていない生徒や、きまりを見出せない生徒には、本時までにやってきた学習を思い出させ、いくつか例を書かせて観察させたり、立てた予想を伝え合わせたりする活動によって、自分の予想をもたせた。

発問2 「3段目の数が4の倍数になることを説明しよう。」

規準の解答「 $4(n+1)$ は $n+1$ が整数なので $4 \times$ （整数）の形になるから、4の倍数である。」（ $4n$ についても同様）

始めに、どんなときでも正しいことをいうためにはどうしたら良いかを問い、今までの学習を思い出させた。次に、文字式を使って説明する必要性を確認した。そして、1段目の文字の置き方を全体で確認した後、図の○の中に入る文字式を考えさせた。



2段目以降を正しく計算し上記のア)やイ)などの図が描けているかを机間指導で確認した。描けていない生徒には、教師が個別に指導するか、他の生徒からアドバイスを受けながら完成させた。ア)の図を完成させた生徒には、 $4n$ がなぜ4の倍数になっているのかを尋ねた。イ)の図で $4n+4$ で終わっている生徒には、4の倍数といえるためにはこのままの形で良いのかを問い、4の倍数が $4 \times$ (整数)で表されることを思い出させ、式を変形させる必要があることに気付かせた。

最後に、○に文字式を入れた図を参考にし、文字式を使っての説明を記述させた。机間指導を通して、「 $n+1$ は整数だから $4(n+1)$ は4の倍数である。」など、根拠を示して結論を導いているかを把握した。早く解決した生徒には、他のきまりについても説明を記述するよう促した。

(2) 評価についての考察と改善点

3段目の文字式を $4n$ もしくは $4(n+1)$ の形で表すことができていた生徒の中には、なぜ4の倍数といえるのかを問われても答えられない者がいた。整数の性質などがいつも成り立つことを説明する際には、文字式を活用し、根拠を明らかにして、それにもとづいて結論を導く過程が大切であり、 $4n$ 、 $4(n+1)$ が4の倍数といえる根拠を記述できるかどうかは、重要である。

文字式を用いて説明する学習では「なぜ、それがいえるのか」という考えを常に大切に、その根拠を示す必要があるということの確認を必ずしていきたい。

また、この問題は平成21年度全国学力・学習状況調査数学Bの問題から取り上げたものである。この問題の発問2において、○の中に文字を入れて計算し、一番下の○の中が $4n$ もしくは $4n+4=4(n+1)$ の形で表せ、口頭で $n+1$ が自然数であることを根拠に $4 \times$ (自然数)の形になっているからこの式は4の倍数であることがいえれば良いと判断した。しかし、全国学力・学習状況調査解説資料 中学校 数学 調査問題の解説には「結論を『 $4(n+1)$ は4の倍数である。』と表現するだけではなく、『したがって、3段目の数は4の倍数である。』まで表現できるようにすることが大切である。」とある。結論の表現の仕方も気を付けて指導していきたい。



これは発問2で説明をした後、生徒が自発的に書いたものである。文字で説明をした後に、 x を4に変え、さらに3、4、5という具体的な数で自分の説明が合っているか確認し、その後、連続する3つの自然数の文字の表し方を変えて同じように確かめていた。このように自発的に自分の解答を振り返って考える生徒が何人か出てきており、本研究で取り組んでいる「指導→発問→聞く→解釈→評価→指導」のサイクルがうまく機能し始めたことを感じた。

事例3 3年 黄金長方形

問題

名刺の形をした黄金長方形の短辺と長辺の比を求めよう。

(1) 評価規準及び評価方法

① 評価規準

「十分満足できる」状況 (A規準)

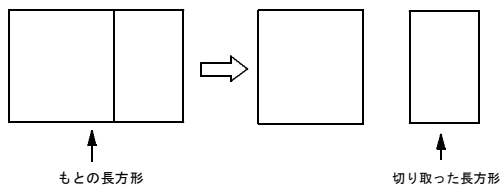
重なり合う2つの三角形について、平行線の性質または平行線と線分の比の定理を使い相似を示すことができる。

「おおむね満足できる」状況 (B規準)

重なり合う2つの三角形について、辺の長さを測って、辺の長さの比から相似を示すことができる。

② 学習活動及び評価方法

提示した2枚の長方形の紙の短辺の長さと同辺の長さの比が名刺と同じであることを告げて配布した。そして、1枚の紙からその短辺を1辺とする正方形を切り取らせた。



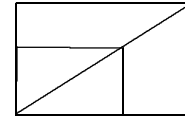
その後、もとの長方形と切り取った長方形を比較させ、気付いたことを挙げさせた。生徒から挙げた意見は2つである。

ア) 同じ形である。イ) 相似である。

ア) とイ) については、生徒からみればほぼ同意のものである。そこで、イ) を取り上げて、「もとの長方形と切り取った長方形は相似であるといえるか、いえないか。また、その理由を答えよ。」という発問を行った。すると、生徒から「実際に測ると、長辺と長辺、短辺と短辺の長さの比が等しいから相似だ。」という発言があった。しかし、相似であることをいうためには、三角形の相似条件を使って証明する必要がある。このことを生徒に投げかけ、長方形の中にある相似な三角形を探させた。

最初相似な三角形を見つけることができない

かったが、ある生徒が下の図のように2つの長方形を重ねたことをヒントに2つの長方形の対角線も重なることが分かり、重なった大小の三角形が相似であることを見出した。



その理由を考えさせる場面で規準の解答を使って評価を行った。

規準の解答

- a) 「重なり合う2つの三角形の3組の辺の長さを測り、3組の辺の長さの比が等しいことがいえたから。」(B規準)
- b) 「重なり合う2つの三角形について2組の辺の長さを測ることで2組の辺の比が等しいことと、その間の角が重なっていることで等しいことがいえるから。」(B規準)
- c) 「重なり合う2つの三角形について、平行線の性質を用いて、2組の角がそれぞれ等しいことがいえるから。」(A規準)
- d) 「重なり合う2つの三角形について、平行線と線分の比の定理を用いて、2組の辺の長さの比が等しくその間の角が等しいことがいえるから。」(A規準)

生徒の解答は以下のとおりである。

[正答]

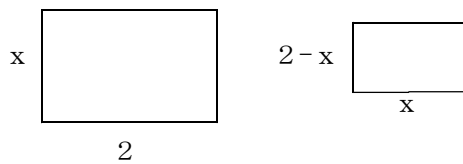
- a) を示した生徒 11%
- b) を示した生徒 15%
- c) を示した生徒 22%
- d) を示した生徒 7%

[誤答]

- ・ 辺の長さを測っているが、辺の長さの比を計算することができない。 11%
- ・ d) と同類の解答をしようとしたが、平行線の性質から同位角が等しいことがいえなかった。 7%

・無解答 26%

2つの三角形が相似であることを見出した後、長辺と短辺の長さの比を求めるために、もとの長方形の長辺を2、短辺を x として求めるよう告げた。すると、もとの長方形と切り取った長方形の辺の長さが下のようになり、 x を求めることができた。ここでなかなか解決が進まない生徒には、相似な図形であればどのようなことがいえるかと問い、相似比を使えば良いことを示した。



(2) 評価についての考察と改善点

2つの長方形が相似である理由を考える前に、2つの長方形の1つの頂点を重ね合わせ、それぞれの対角線が重なるように重ねることが見出しにくかった。図形について考察させる際には、普段から図形を動かしたり重ねたりすることができるような見方を育てていきたい。

この問題については規準の解答をA規準、B規準の両方設定して評価を行った。具体的操作でも三角形の相似条件を根拠に相似な三角形を見つけ出すことができればこの問題の目標を達成できると判断したが、できるかぎり形式的操作であるA規準の解答が導きだせるようにその後指導することを想定していた。しかし、最初から平行線の性質を利用する生徒が多かった。

3 成果の普及と今後の展望

指導と評価について、「指導する→発問する→生徒の考えを聞く→解釈する(比較する)→評価する→指導する。」というサイクルを考え、授業実践をする中で評価を指導に生かせたか検討を重ねた。事例2でも触れたが、本研究3年次に入ってワークシートやノート

の点検、授業中の話し合い活動で「自分の解答が他の問題でも当てはまるかを確かめる。」
「問題の条件を変えたらどうなるか考える。」
「他の生徒の解答に根拠を求める。」といった行動を2～3割の生徒が自発的に行っていることが分かった。研究当初のワークシートでは、このような行動をしている生徒はクラスで1人か2人であったから、研究を始めてから3年間で生徒の思考活動が変化してきていることが分かる。指導と評価のサイクルの中で「規準の解答」と比較して生徒に「なぜそう考えたのか」、「他のやり方はないか。」といった質問を繰り返し行った成果がここに現れていると考える。

本研究のねらいは、評価の視点を明らかにすることにあつた。結論は「解答後の『なぜ』を読み取る。」ということである。「規準の解答」と生徒の反応を比べる場合でも、生徒の反応に対して「なぜそう考えたのか」と質問した後に、生徒が思考の過程を述べるケースが非常に多い。ペーパーテストでは思考の結果は読み取りやすいが、思考の過程は読み取りにくい。しかし、授業であれば目の前の生徒と対話することである程度は読み取ることができる。また、この教師と生徒や生徒同士の対話が生徒の数学的な見方や考え方をより確かなものにしていくと考える。

今後、本研究による成果を研究発表会等で発表していく予定である。