

第2学年 「文字式の利用」




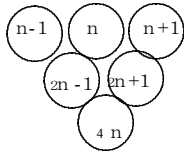
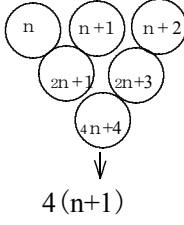
1 本時のねらい

数の性質に気付き、それが正しいことを文字を使って一般的に説明することができる。

2 本時での数学的な見方や考え方の評価

3段に並んでいる○の1段目に、連続する3つの自然数をいろいろ入れてみることによって、数の性質を帰納や類推によって発見させ、その性質を文字を使って証明することにより文字のよさを再確認させたい。さらに、文字式による説明を振り返ることにより、新たな性質を見出せるようにしたい。また、評価方法については、行動観察とワークシートを利用し、一人ひとりの追究過程を確認したい。

3 本時の流れ

	発問及び教師のはたらきかけ ○…教師のはたらきかけ	生徒の反応 ◎…数学的な見方や考え方の評価
導 入	3段に並んでいる○の1段目に、連続する3つの自然数を順に入れる。そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして3段目の数を求める。3段目の数はどのような数になっているか調べてみよう。	1段目  2段目  3段目 
展 開	<p>1 「3段目の数はどのような数になっているか。」 ○数のきまりを見つける時、今までどういう方法で見付けてきたかを思い出させる。</p> <p>2 「3段目の数が4の倍数になることを説明しよう。」 ○図において、まず、1段目の数を文字式で表させ、2段目以下も計算して○の中に文字式を入れさせる。 ○文字式を入れた図を参考にして、文字式での説明を記述させる。</p> <p>3 「文字式による説明(図)を見て、新しいきまりを見付けよう。」 ○文字式をよく観察させ、その式が何を表しているかを考えさせる。</p>	<p>・1段目に連続する3つの数を何組か入れて考える。 ・1段目の真ん中の数の4倍になっている。 ・4の倍数になっている。 ◎3段目の数のきまりを見付けることができる。</p> <p>ア </p> <p>イ </p> <p>◎文字式を使った説明を記述できる。</p>
ま と め	4 「きまりが正しいことを説明するために何を使ったか、また、その説明を振り返るとどんな便利なことがあったか。」	<p>・2段目の数は連続する奇数になっている。 ・2段目と3段目を見ると、連続する2つの奇数の数は、4の倍数になっている。 ◎説明を振り返って、新しいきまりを見付けることができる。</p> <p>・文字式を用いて説明するだけでなく、説明を振り返ることにより、そこから新たな性質を見付けることができることを確認する。</p>

<評価規準>

おおむね満足できる【B規準】	十分満足できる【A規準】
3段目の文字式を $4 \times \square$ の形に変形し、4の倍数である根拠を示して説明できる。	3段目の文字式を $4 \times \square$ の形に変形し、4の倍数である根拠を示して説明し、この考えが正しいか振り返って考えることができる。

4 授業の実際

(1)「3段目の数はどのような数になっているか。」

本時までには生徒は、連続する3つの整数の和、偶数と奇数の和や、2桁の整数などの性質について、帰納的に見出す活動を行っている。本授業では、1段目の連続する3つの数を何組か入れて計算し、多くの生徒が自分で予想を立てることができていた。1組の例しか書いていない生徒や、きまりを見出せない生徒には、本時までにはやってきた学習を思い出し、いくつか例を書いて観察し、立てた予想を伝え合う活動によって、自分の予想を考えるよう指導した。また、その活動によって、自分の予想が正しくないことに気付いた生徒もいた。以下は、発表した生徒の考えであるが、授業の流れと関わりがあるものを机間指導によって把握し、意図的に指名するなどしてピックアップする必要がある。

- | | |
|--------------------|--|
| ・ 4の倍数になる。 | ・ 1段目の両端の数の和の2倍になる。 |
| ・ 2の倍数(偶数)になる。 | ・ 1段目が奇数で始まっていたら8の倍数になる。 |
| ・ 1段目の真ん中の数の4倍になる。 | ・ 1段目と2段目の対角線にある数の和は等しく、その和に1段目の真ん中の数を加えた数になる。 |

(2)「3段目の数が4の倍数になることを説明しよう。」

まず、どんな時でも正しいことをいうためにはどうしたらよいかを問い、今までの学習を思い出させ、文字式を使って説明する必要性を確認した。次に、1段目の文字の置き方を全体で確認した後、図の○の中に入る文字式を考えさせた。2段目以降を正しく計算し、前ページのAやIなどの図がかけられているかを机間指導で確認した。かけていない生徒には、教師が個別に指導するか、他の生徒からアドバイスを受けながら完成させた。Aの図を完成させた生徒には、 $4n$ がなぜ4の倍数になっているのかを尋ねた。Iの図で $4n+4$ で終わっている生徒には、それが4の倍数といえるためにはこのままの形でよいのかを問い、4の倍数が $4 \times (\text{整数})$ で表されることを思い出させ、式を変形させる必要があることに気付かせた。

次に、○に文字式を入れた図を参考にして、文字式を使つての説明を記述させた。机間指導を通して、「 $n+1$ は整数だから $4(n+1)$ は4の倍数である。」など、根拠を示して結論を導いているかを把握する。進んだ生徒には、他のきまりについても説明を記述するよう促した。

(3)「文字式による説明(図)を見て、新しいきまりを見つけよう。」

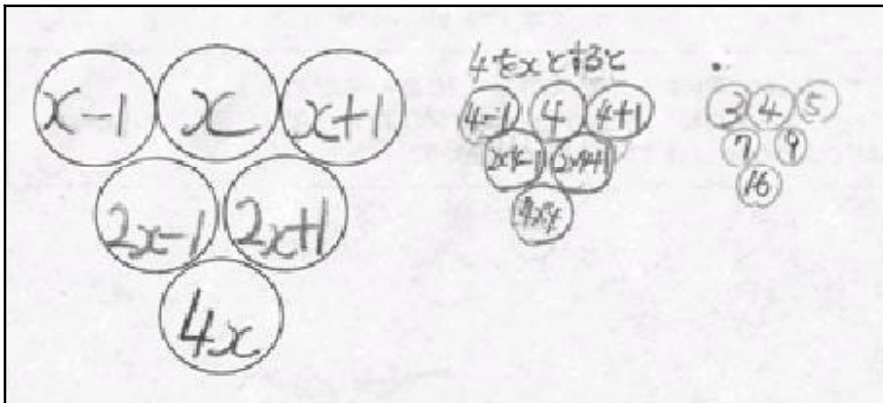
文字式による説明を振り返り、そこから新しいきまりを見出す場面であり、文字の役割を理解しそのよさを感じさせることができる。生徒は第1学年の「文字と式」で、文字式について、その意味を読み取る活動を行っている。また、第2学年では本時までには、偶数、奇数、連続する数などを表す学習経験を持っており、それをもとに考えることができる。たとえば、 $4(n+1)$ は $n+1$ を1段目の真ん中の数と見て、真ん中の数の4倍と読み取ることができ、3段目の数が1段目の真ん中の数の4倍になっていることが説明できたことになる。他に「2段目の数は連続する奇数になる」ことや2段目と3段目から「連続する奇数の和は4の倍数になる」ことなどを生徒は見つけることができた。

5 考察

3段目の文字式を $4n$ もしくは $4(n+1)$ の形で表すことができていた生徒の中には、なぜ4の倍数といえるのかを問われても答えられない者がいた。整数の性質などがいつも成り立つことを説明する際には、文字式を活用し、根拠を明らかにして、それにもとづいて結論を導く過程が大切であり、 $4n$ 、 $4(n+1)$ が4の倍数といえる根拠を記述できるかどうかは、重要である。

文字式を用いて説明する学習では「なぜ、それがいえるのか」という考えを常に大切にし、その根拠を示す必要があるということの確認を必ずしていきたい。

また、この問題は平成21年度全国学力・学習状況調査数学Bの問題から取り上げたものである。この問題の発問2において、○の中に文字を入れて計算し、一番下の○の中が $4n$ もしくは $4n+4=4(n+1)$ の形で表せ、口頭で $n+1$ が自然数であることを根拠に $4 \times$ (自然数) の形になっているからこの式は4の倍数であることがいえれば良いと判断した。しかし、全国学力・学習状況調査解説資料 中学校 数学 調査問題の解説には、「結論を『 $4(n+1)$ は4の倍数である。』と表現するだけでなく、『したがって、3段目の数は4の倍数である。』まで表現できるようにすることが大切である。」とある。結論の表現の仕方も気を付けて指導していきたい。



これらは発問2で説明をした後、生徒が自発的に書いたものである。文字で説明をした後に、 x を4に変え、さらに3, 4, 5という具体的な数で自分の説明があっているか確認し、その後、連続する3つの自然数の文字の表し方を変えて同じように確かめていた。このように自発的に自分の解答を振り返って考える生徒が何人か出てきており、本研究で取り組んでいる「指導→発問→把握→評価→指導」のサイクルがうまく機能し始めたことを感じた。

