

1 本時のねらい

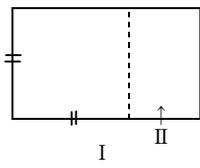
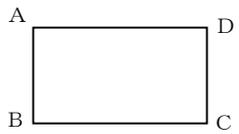
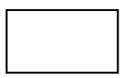
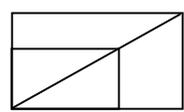
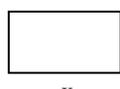
名刺の形をした黄金長方形は短辺と長辺の辺の比が、 $1 : \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ になることを理解すること

とができる。

2 本時での数学的な見方や考え方の評価

2の場面において、平行線の性質または平行線と線分の比の定理を使うことによって、2つの長方形が相似であることを見出す。そして3の場面では、相似であることから相似の性質を使って辺の比を求める。このように、相似を見出し、使うことで、相似について理解を深めることを目指す。

3 本時の流れ

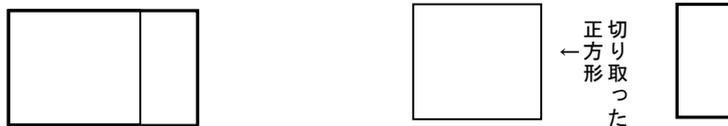
	発問及び教師のはたらきかけ ○…教師のはたらきかけ	生徒の反応 ◎…数学的な見方や考え方の評価
導入	<p>1 名刺と同じ形であるとして、短辺と長辺の辺の比が等しい長方形（黄金長方形：Ⅰ）の紙を2枚配布する。 「この長方形から短辺を一边とする正方形を切り取ってみよう。（1枚のみ）」</p>	 <p>点線を切る</p>
展開	<p>[課題] 黄金長方形（Ⅰ）について調べよう。 ～もとの長方形（Ⅰ）と、正方形を切り取った長方形（Ⅱ）の関係から考察する～</p> <p>2 「アとイの長方形は、相似であるといえるか、いえないか。またその理由を答えよ。」</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Ⅰの長方形</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Ⅱの長方形</p> </div> </div> <p>○図形の相似を示すためには、三角形の相似条件を使うように助言する。 ○三角形の相似条件を使うために、ⅠとⅡの紙からどのように三角形をつくるか考えさせる。</p>	<p>・相似であるといえる。</p> <p>[理由] ◎長さを測ると、長辺と長辺、短辺と短辺の比が等しいから。 ◎下図のように2つの長方形を重ねると、2つの対角線が重なり、三角形の相似がいえるから。</p> 
	<p>3 「この長方形の短辺と長辺の長さの比は、いくらになるだろうか。Ⅰの長方形でAB = x, BC = 2として求めてみよう。」</p> <div style="text-align: center;">  <p>Ⅰの長方形</p> </div> <p>○相似であれば、何がいえるかを問う。分からない場合は、相似比が等しいことを使うように助言する。</p>	<p>◎Ⅱの長方形の短辺と長辺は</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">$2 - x$</div>  <div style="margin-left: 10px;">となる。</div> </div> <p>相似比が等しいので</p> $2 : x = x : (2 - x)$ $x^2 = 4 - 2x$ $x^2 + 2x - 4 = 0$ <p>$x > 0$より $x = -1 + \sqrt{5}$ よって</p> $2 : -1 + \sqrt{5} = 1 : \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$
まとめ		

<評価規準>

おおむね満足できる【B規準】	十分満足できる【A規準】
重なり合う2つの三角形について、辺の長さを測って、辺の長さの比から相似を示すことができる。	重なり合う2つの三角形について、平行線の性質または平行線と線分の比の定理を使い相似を示すことができる。

4 授業の実際

実際の授業では、まずは名刺を提示し、名刺と同じ形でそれを拡大した長方形であることを告げて、2枚の黄金長方形の紙を配布した。そして、1枚の紙から、その短辺を一辺とする正方形を切り取らせた。

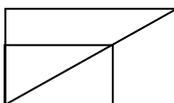


その後、もとの長方形と切り取った長方形を比較させ、気付いたことを挙げさせた。生徒から挙げた意見は以下の2つである。

ア. 同じ形である イ. 相似である

アとイについては、生徒からみればほぼ同意のものである。そこで、イを取り上げて、「アとイの長方形は、相似であるといえるか、いえないか。またその理由を答えよ。」という発問を行った。するとA君が

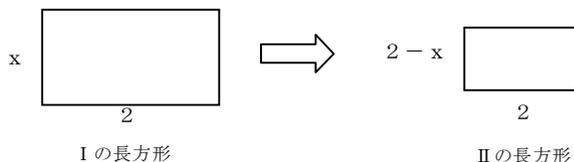
『実際に長さを測ると、長辺と長辺、短辺と短辺の比が等しいから相似だ。』と発言した。しかし、相似であることをいうためには、三角形の相似条件をいう必要があり、それらを生徒に告げた。しかし、2つの長方形から相似条件を使うと言われても、なかなか思いつく生徒は少なかったので、相似条件を使うためには三角形をつくる必要があるが、これらの長方形からどんな三角形をつくれればよいか、と尋ねた。すると、長方形の対角線をひいて、三角形に分ける生徒が何人かでてきた。その後、B君が下の図のように長方形を重ねると、2本の対角線が重なることに気付いた。



その後、他の生徒も同じように長方形を重ねはじめ、重なった2つの大小の三角形が相似であるということを見出していった。その際、相似であると答えた理由として挙げたものは、以下の2つである。

ア. 平行線の性質を使い、2組の角がそれぞれ等しい
イ. 平行線と線分の比の定理を使い、2組の辺の比が等しくその間の角が等しい

2つの三角形が相似であるということを見出した後、長辺と短辺の長さの比を求めるために、Iの長方形の長辺を2、短辺をxとして求めるように告げた。すると、IとIIの長方形の辺の長さが以下ようになり、個々の生徒がxを求めていった。ここで、なかなか進まない生徒には、相似な図形であればどのようなことがいえるかと問い、相似比が等しいことを使えばよいことを示した。



5 考察

生徒の感想をみると、名刺と同じ形について考察することによって、身の回りに数学が存在していることを実感することができた生徒が多かった。また、実際に紙を使って考察させることで、興味をもって考察することができた。

しかし、相似を発見する2の場面では、多くの生徒がなかなか相似を発見することができず、思いついた少数の生徒の意見に頼る結果になってしまった。また、難易度を考えて、3の場面では、長辺と短辺の長さを教師が設定したが、生徒の実態に応じて、生徒に任せてもよいかと思う。